

Probabilités Conditionnelles

Manipuler les formules du cours :

Exercice 0

Partie A

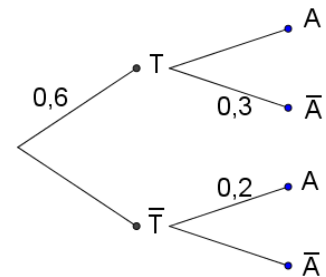
On donne les évènements A et B tels que $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,4$ et $P(A \cup B) = 0,5$

1. a. Calculer $P(A \cap B)$.
1. b. Compléter le tableau suivant à l'aide des informations de l'énoncé.
2. Calculer $P_A(B)$, $P_B(A)$ et $P_A(\bar{B})$.

	A	\bar{A}	Total
B			
\bar{B}			
Total			

Partie B

A l'aide de l'arbre pondéré ci-contre, calculer $P(A)$ en justifiant :



Exercice 1 :

Rappeler les formules permettant d'obtenir :

- 1) $P(A \cap B)$
- 2) $P_B(A)$

Exercice 2

Citez les formules à utiliser dans vos calculs.

On donne $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ et $P(A \cap B) = \frac{3}{16}$.

Déterminer les probabilités suivantes :

1. $P(\bar{A})$
2. $P(A \cup B)$
3. $P_A(B)$
4. $P_B(A)$
5. $P_A(\bar{B})$

Résoudre des problèmes classiques :

Exercice 3 : Représenter (/1,5 point), Calculer (/5 points), Communiquer (/1.5 point)

Un commerçant local se fournit chez 3 agriculteurs pour vendre des salades. 30% de ses salades viennent de l'agriculteur 1, 50% de l'agriculteur 2 et 20% de l'agriculteur 3. Les salades sont bios ou non. 50% des salades de l'agriculteur 1 sont bios, 20% des salades de l'agriculteur 2 ne sont pas bios et 40% de celles de l'agriculteur 3 sont bios.

On choisit au hasard une salade chez le commerçant local. On notera les événements suivants :

- A_1 : "la salade provient de l'agriculteur 1"
- A_2 : "la salade provient de l'agriculteur 2"
- A_3 : "la salade provient de l'agriculteur 3"
- B : "la salade est bio"

- 1) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- 2) Calculer la probabilité de choisir une salade bio provenant de l'agriculteur 1.
- 3) a) Justifier que les événements A_1, A_2 et A_3 forment une partition de l'univers.
b) En déduire la probabilité de choisir une salade bio.
- 4) Calculer la probabilité de choisir une salade provenant de l'agriculteur 1 sachant que la salade est bio.
- 5) Calculer la probabilité d'avoir une salade bio ou provenant de l'agriculteur 1.

Exercice 4

Un restaurateur propose à sa carte 2 desserts différents :

- Le premier dessert est un assortiment de macarons et est choisi par 40% des clients,
- Le 2nd dessert est une part de tarte et est choisi par 30% des clients.

Les autres clients ne prennent pas de dessert. Aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que 70% des clients qui ont pris un assortiment de macarons commandent ensuite un café, 40% de ceux qui ont pris une part de tarte demandent par la suite un café et 90% de ceux qui ne prennent pas de dessert terminent leur repas par un café.

On interroge au hasard un client et on note :

- M : « le client prend un assortiment de macarons »,
- T : « le client prend une part de tarte »,
- N : « Le client ne prend pas de dessert »,
- C : « le client prend un café ».

- 1) Construire un arbre de probabilité décrivant la situation.
- 2) Définir par une phrase les probabilités $P(T \cap C)$ et $P_M(C)$. (On ne demande pas de les calculer).
- 3) Calculer $P(T \cap C)$ puis $P(C)$.
- 4) On rencontre un client ayant pris un café. Quelle est la probabilité qu'il ait commandé une part de tarte ? On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

Exercice 5

Une entreprise financière est divisée en deux secteurs :

- 65% de son personnel travaille dans le secteur A;
- 35% dans le secteur B.

Cette entreprise s'intéresse au niveau du stress de son personnel.

Une enquête, menée sous forme de questionnaire informatisé, est réalisée au sein de l'entreprise. Le questionnaire est proposé de manière anonyme aux salariés des deux secteurs. Cette enquête révèle que pour le secteur A, 20% du personnel se dit stressé tandis que pour le secteur B, ce taux est de 30%.

On choisit au hasard le questionnaire d'un employé de l'entreprise, chacun ayant la même probabilité d'être choisi. On note :

- A l'événement « le questionnaire est celui d'un employé du secteur A. »
- B l'événement « le questionnaire est celui d'un employé du secteur B. »
- S l'événement « le questionnaire est celui d'un employé stressé. »

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2) Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un employé qui travaille dans le secteur B et qui est stressé.

3) L'entreprise examine l'opportunité d'installer une salle de relaxation. Si le taux d'employés stressés est strictement supérieur à 25%, la salle sera installée. L'entreprise implantera-t-elle la salle de relaxation ? Justifier la réponse.

4) Le questionnaire choisi est celui d'un employé stressé. Quelle est la probabilité qu'il travaille dans le secteur A ? Arrondir au centième.

5) Athénaïs, employée par cette entreprise, a deux méthodes de relaxation. Le choix de ces deux méthodes est indépendant l'une de l'autre. On note :

- E l'événement « Athénaïs fait du coloriage. »
- F l'événement « Athénaïs pratique une séance de yoga. »

Elle choisit la méthode de relaxation par le yoga avec une probabilité de $P(F) = \frac{2}{5}$

La probabilité qu'elle fasse les deux est de $\frac{1}{10}$.

Déterminer alors la probabilité qu'Athénaïs choisisse le coloriage.

Croisons les notions :

Exercice 6

Les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Pour aider à la détection de certaines allergies, on peut procéder à un test sanguin dont le résultat est soit positif, soit négatif. Dans une population, ce test donne les résultats suivants :

- Si un individu est allergique, le test est positif dans 97% des cas;
- Si un individu n'est pas allergique, le test est négatif dans 95,7% des cas.

Par ailleurs, 20% des individus de la population concernée présentent un test positif. On choisit au hasard un individu dans la population, et on note:

- A l'événement « l'individu est allergique »;
- T l'événement « l'individu présente un test positif. »

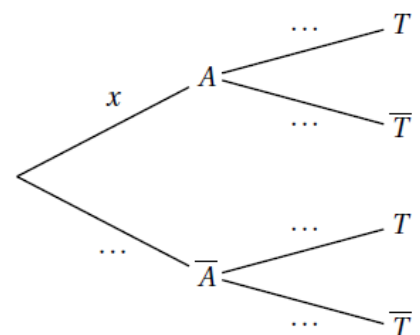
On notera \bar{A} et \bar{T} les événements contraires de A et T. On appelle par ailleurs x la probabilité de l'événement A : $x = P(A)$.

1) Compléter l'arbre ci-dessous décrivant la situation.

2) a) Démontrer l'égalité : $P(T) = 0,927x + 0.043$

b) En déduire la probabilité que l'individu choisi soit allergique.

3) Justifier par un calcul l'affirmation suivante « Si le test d'un individu choisi au hasard est positif, il y a plus de 80% de chances que cet individu soit allergique ».



Exercice 7

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher dont n bleues.

On tire successivement deux boules au hasard avec remise. On nomme B_1 l'évènement « Tirer une boule bleue lors du premier tirage » et B_2 l'évènement « Tirer une boule bleue lors du deuxième tirage ».

1. Pourquoi s'agit-il d'une succession de deux épreuves indépendantes ?

2. Dresser un arbre pondéré de cette situation.

3. Démontrer que la probabilité d'obtenir au moins une boule bleue est $\frac{24n - n^2}{144}$.

4. Combien doit-il y avoir de boules bleues dans l'urne pour que la probabilité d'obtenir au moins une boule bleue soit égale à $\frac{8}{9}$?